


مدة الإنجاز: 3 ساعات	امتحان تجريبي	<p>المملكة المغربية</p> <p>وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي</p> <p>قطاع التربية الوطنية</p> 
المعامل: 07	المادة: الرياضيات	
امتحان تجريبي: أبريل 2006	المستوى: ثانية باك	
السنة الدراسية: 2006/2005	الشعبة: علوم تجريبية	

التقريب	يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير القابلة للبرمجة	$\frac{1}{2}$																																				
0,5	0,5	<p><b>تمرين 1: 3 نقط</b></p> <p>نعتبر الحدودية <math>P(z)</math> بحيث: <math>P(z) = z^3 - 2(2-i)z^2 + (5-8i)z + 10i</math></p> <p>1- بين المعادلة <math>P(z) = 0</math> تقبل حلا تخيليا صرفا <math>z_0</math>.</p> <p>2- بين أن: <math>P(z) = (z - z_0)(z^2 + bz + c)</math> بحيث <math>b</math> و <math>c</math> عددين حقيقيين.</p> <p>3- ليكن <math>z_1</math> و <math>z_2</math> الحلين الآخرين للمعادلة <math>P(z) = 0</math> حيث <math>Re(z_1) &lt; 0</math>.</p> <p>أ- أكتب <math>z_1</math> و <math>z_2</math> على الشكل الجبري.</p> <p>ب- بين أن <math>(z_1)^n + (z_2)^n</math> عدد حقيقي.</p>																																				
0,5	0,5	<p><b>تمرين 2: 3 نقط</b></p> <p>الفضاء <math>\mathcal{E}</math> منسوب إلى معلم متعامد ممنظم <math>(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})</math>، نعتبر النقط <math>A(0, -2, 0)</math> و <math>B(2, 2, -2)</math> و <math>C(2, 2, 0)</math>.</p> <p>1- أ- أحسب <math>\vec{AB} \wedge \vec{AC}</math></p> <p>ب- استنتج معادلة ديكرتية للمستوى <math>(ABC)</math></p> <p>2- حدد معادلة ديكرتية الفلكة <math>(S)</math> التي أحد أقطارها <math>[AB]</math>.</p> <p>3- أبين أن المستوى <math>(P)</math> ذو المعادلة <math>x + 2y + z - 6 = 0</math> مستوى مماس للفلكة <math>(S)</math> عند النقطة <math>C</math></p> <p>ب- حدد تقاطع المستويين <math>(ABC)</math> و <math>(P)</math></p>																																				
0,5	0,5	<p><b>تمرين 3: 4 نقط</b></p> <p>يحتوي هذا التمرين على أربعة أسئلة، يطلب من التلميذ أن ينقل رقم العبارة المقترحة لكل سؤال على ورقة التحرير و يجيب بصحيح أم خطأ بدون أي تعليل. 0,25 لكل عبارة جوابها مضبوط وإذا كانت الأجوبة الثلاث لنفس السؤال كلها مضبوطة تمنح 0,25 إضافية.</p>																																				
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>رقم</th> <th>الأسئلة</th> <th>العبارات المقترحة</th> <th>صحيح أم خطأ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">س1</td> <td rowspan="3"> <math>(u_n)_n</math> متتالية هندسية أساسها <math>q</math> بحيث:  <math>u_2 = -1</math> و <math>3(u_3 - u_1) = -8</math> </td> <td><math>P_{11}: u_1 \times u_3 = 1</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>P_{12}: 3q = 1</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>P_{13}: \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_0 + u_1 + \dots + u_n) = -\infty</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td rowspan="3">س2</td> <td rowspan="3"> <math>\alpha = \ln \sqrt{80} - \ln \sqrt{5}</math> <math>\beta = (8 \ln 4) \times e^{3 \ln 4 \sqrt{16}}</math>  <math>\gamma = \ln(\sqrt{6} - 1) + \ln(\sqrt{6} + 1) - \ln \sqrt{100} + \ln 8</math> </td> <td><math>P_{21}: \gamma = \ln 2</math> و <math>\beta = -\ln 4</math> و <math>\alpha = \ln 4</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>P_{22}: \beta = \ln 4</math> و <math>\alpha = \gamma</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>P_{23}: \alpha = \beta = \gamma</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td rowspan="3">س3</td> <td rowspan="3">                     ليكن <math>z</math> عدد عقدي معياره 1 و عمدته <math>\frac{\pi}{3}</math>                      العدد العقدي <math>1+z</math> يساوي                 </td> <td><math>P_{31}: \left[ \sqrt{3}, \frac{\pi}{6} \right]</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>P_{32}: \frac{3}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>P_{33}: \left[ 2 \cos \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right]</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td rowspan="3">س4</td> <td rowspan="3"> <math>A</math> و <math>B</math> و <math>C</math> ثلاث نقط الحاقها على التوالي هي <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> حيث:  <math>\frac{b-a}{c-a} = i\sqrt{3}</math> </td> <td><math>P_{33}: BA = 2AC</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>P_{33}: (\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>P_{33}: BA = 2AC</math></td> <td>خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	رقم	الأسئلة	العبارات المقترحة	صحيح أم خطأ	س1	$(u_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q$ بحيث: $u_2 = -1$ و $3(u_3 - u_1) = -8$	$P_{11}: u_1 \times u_3 = 1$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	$P_{12}: 3q = 1$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	$P_{13}: \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_0 + u_1 + \dots + u_n) = -\infty$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	س2	$\alpha = \ln \sqrt{80} - \ln \sqrt{5}$ $\beta = (8 \ln 4) \times e^{3 \ln 4 \sqrt{16}}$ $\gamma = \ln(\sqrt{6} - 1) + \ln(\sqrt{6} + 1) - \ln \sqrt{100} + \ln 8$	$P_{21}: \gamma = \ln 2$ و $\beta = -\ln 4$ و $\alpha = \ln 4$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	$P_{22}: \beta = \ln 4$ و $\alpha = \gamma$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	$P_{23}: \alpha = \beta = \gamma$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	س3	ليكن $z$ عدد عقدي معياره 1 و عمدته $\frac{\pi}{3}$ العدد العقدي $1+z$ يساوي	$P_{31}: \left[ \sqrt{3}, \frac{\pi}{6} \right]$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	$P_{32}: \frac{3}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	$P_{33}: \left[ 2 \cos \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right]$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	س4	$A$ و $B$ و $C$ ثلاث نقط الحاقها على التوالي هي $a$ و $b$ و $c$ حيث: $\frac{b-a}{c-a} = i\sqrt{3}$	$P_{33}: BA = 2AC$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	$P_{33}: (\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>	$P_{33}: BA = 2AC$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>
رقم	الأسئلة	العبارات المقترحة	صحيح أم خطأ																																			
س1	$(u_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q$ بحيث: $u_2 = -1$ و $3(u_3 - u_1) = -8$	$P_{11}: u_1 \times u_3 = 1$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
		$P_{12}: 3q = 1$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
		$P_{13}: \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_0 + u_1 + \dots + u_n) = -\infty$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
س2	$\alpha = \ln \sqrt{80} - \ln \sqrt{5}$ $\beta = (8 \ln 4) \times e^{3 \ln 4 \sqrt{16}}$ $\gamma = \ln(\sqrt{6} - 1) + \ln(\sqrt{6} + 1) - \ln \sqrt{100} + \ln 8$	$P_{21}: \gamma = \ln 2$ و $\beta = -\ln 4$ و $\alpha = \ln 4$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
		$P_{22}: \beta = \ln 4$ و $\alpha = \gamma$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
		$P_{23}: \alpha = \beta = \gamma$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
س3	ليكن $z$ عدد عقدي معياره 1 و عمدته $\frac{\pi}{3}$ العدد العقدي $1+z$ يساوي	$P_{31}: \left[ \sqrt{3}, \frac{\pi}{6} \right]$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
		$P_{32}: \frac{3}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
		$P_{33}: \left[ 2 \cos \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right]$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
س4	$A$ و $B$ و $C$ ثلاث نقط الحاقها على التوالي هي $a$ و $b$ و $c$ حيث: $\frac{b-a}{c-a} = i\sqrt{3}$	$P_{33}: BA = 2AC$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
		$P_{33}: (\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			
		$P_{33}: BA = 2AC$	خطأ <input type="checkbox"/> صحيح <input type="checkbox"/>																																			

## تمرين 4: 3,5 نقط

- 0,5 ن  
1- حل في  $N$  المعادلة:  $A_{6-n}^2 + A_n^2 = 14$
- 0,5 ن  
2- يحتوي كيس على 7 كرات موزعة كالتالي:  $n$  كرة حمراء وكرة واحدة زرقاء والباقي لونه أصفر. ( $n \leq 4$ )  
نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الكيس، نفترض أن جميع الكرات لها نفس احتمال السحب.  
أ- ليكن الحدث:  $A$  <> الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون <<.  
حدد عدد الكرات الحمراء الموجودة في الكيس علما أن  $P(A) = \frac{1}{3}$ . ( $P(A)$  هو احتمال الحدث  $A$ )
- 1,5 ن  
ب- نفترض أن  $n = 4$ .  
أحسب احتمال الحدث:  $B$  <> الحصول على كرتين مختلفتي اللون علما أن الكرة المسحوبة في المرة الأولى صفراء <<.
- 1 ن  
ج- نفترض أن  $n = 2$  ونعيد التجربة السابقة 6 مرات.  
أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين 4 مرات بالضبط.

## تمرين 5: 8 نقط

- 0,5 ن  
نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $IR$  بما يلي:
- $$\begin{cases} f(x) = x e^{1-|x|} & , x < 1 \\ f(x) = \sqrt{x} \ln(ex) & , x \geq 1 \end{cases}$$
- 0,5 ن  
( $C_f$ ) منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ .
- 1,5 ن  
1- أ- بين أن  $f$  متصلة في 1.  
ب- أحسب النهايتين:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 1 ن  
2- أ- تحقق أن:  $\frac{x e^{1-x} - 1}{x-1} = 1 - x \left( \frac{e^{1-x} - 1}{1-x} \right)$  لكل  $x \in ]-1, +1[$   
ب- بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \frac{3}{2}$  و  $\lim_{x \rightarrow +1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = 0$
- ثم أعط تايولا هندسيا للنهايتين.
- 3- أ- بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق في الصفر و أكتب معادلة المماس للمنحنى ( $C_f$ ) في الصفر.  
ب- حدد إشارة  $f(x) - ex$  لكل  $x \in ]-1, +1[$  وأعط تايولا هندسيا للنتيجة.
- 4- أ- أحسب  $f'(x)$  على كل من المجالات  $]1, +\infty[$  و  $]0, 1[$  و  $] -\infty, 1[$ .  
ب- أنقل الجدول التالي على ورقتك وأتممه معللا النتائج التي يشتمل عليها:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+1$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+	0 $\parallel \left(\frac{3}{2}\right)$ +
$f$		$f(-1) = -1$		$f(1) = 1$	

- 5- حدد الفرعين اللانهائين للمنحنى ( $C_f$ ).
- 6- بن أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل نقطة انعطاف أفصولها سالب قطعاً.
- 7- أنشئ المنحنى ( $C_f$ ) في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 8- نعتبر الدالة العددية  $F$  المعرفة على المجال  $]1, +\infty[$  بما لي:
- $$x \geq 1 \forall : F(x) = \frac{2}{9} x \sqrt{x} (1 + 3 \ln x)$$
- أ- تحقق أن  $F$  دالة أصلية لقصور الدالة  $f$  على المجال  $]1, +\infty[$ .

## سؤال إضافي

- ب- استنتج مساحة الحيز المحصور بين ( $C_f$ ) و محور الأفاصيل و المستقيمين ( $A_1$ ) و ( $A_2$ ) معادلتيهما على التوالي هما  $x = e^2$  و  $x = 1$ .